



# WEST BENGAL STATE UNIVERSITY

B.Sc. General Part-I Examination, 2020

## MATHEMATICS

### PAPER-MTMG-I

Time Allotted: 2 Hours

Full Marks: 50

The figures in the margin indicate full marks.  
Candidates should answer in their own words  
and adhere to the word limit as practicable.

প্রাঙ্গিক সীমার মধ্যস্থ সংখ্যাটি পূর্ণমান নির্দেশ করে।  
পরীক্ষার্থীরা নিজের ভাষায় যথা সম্ভব শব্দসীমার মধ্যে  
উত্তর করিবে।

All symbols are of usual significance.

### GROUP-A

#### বিভাগ-ক

1. Answer any **four** questions:

2×4 = 8

যে-কোনো চারটি প্রশ্নের উত্তর দাওঃ

(a) Find the principal argument of  $z = 1 - i$ .

$z = 1 - i$ -এর প্রিন্সিপাল আরগুমেন্ট নির্ণয় করো।

(b) Find the polynomial whose zeros are 1, -2, 3.

বহুপদ রাশিটি নির্ণয় করো যার Zeroগুলি হল 1, -2, 3।

(c) Show that the rank of a skew-symmetric matrix can not be 1.

দেখাও যে Skew-symmetric matrix-এর rank 1 হতে পারে না।

(d) Show that  $(x + 2)$  is a factor of  $x^4 + x^3 - x^2 - 4$ .

দেখাও যে,  $(x + 2)$  হল  $x^4 + x^3 - x^2 - 4$  রাশিটির একটি উৎপাদক।

(e) Find the angle between the pair of straight lines  $x^2 + 5xy + 6y^2 = 0$ .

$x^2 + 5xy + 6y^2 = 0$  সরলরেখাদ্বয়ের অন্তর্গত কোণটি নির্ণয় করো।

(f) Find the work done by the force  $\vec{F} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$  whose point of application is given a displacement from the point  $A(2, 2, 1)$  to the point  $B(-3, 1, 2)$ .

$\vec{F} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$  বলটির দ্বারা কৃতকার্যের পরিমাণ নির্ণয় করো যার প্রয়োগবিন্দুর সরণ  $A(2, 2, 1)$  বিন্দু থেকে  $B(-3, 1, 2)$  বিন্দুতে হয়।

(g) If  $f(x, y) = \cos^{-1} \frac{y}{x}$ , then find the value of  $x \frac{\partial f}{\partial x} + y \frac{\partial f}{\partial y}$  at  $(-1, -1)$ .

$(-1, -1)$  বিন্দুতে  $x \frac{\partial f}{\partial x} + y \frac{\partial f}{\partial y}$  এর মান নির্ণয় করো যেখানে  $f(x, y) = \cos^{-1} \frac{y}{x}$ ।

- (h) Find an integrating factor of  $x^2 y dx - (x^3 + y^3) dy = 0$ .

$x^2 y dx - (x^3 + y^3) dy = 0$ -এর একটি সমাকল গুণক নির্ণয় করো।

### GROUP-B

বিভাগ-খ

Answer any *three* questions from the rest

14×3 = 42

যে-কোনো তিনটি প্রশ্নের উত্তর দাও

2. (a) Solve by Cardan's method:  $x^3 - 12x + 65 = 0$ . 5

কার্ডানের পদ্ধতিতে সমাধান করো:  $x^3 - 12x + 65 = 0$ ।

- (b) If  $\alpha, \beta, \gamma$  be the roots of the equation  $x^3 + 2x^2 - 5x - 6 = 0$ , find the equation whose roots are  $\alpha(\beta + \gamma)$ ,  $\beta(\gamma + \alpha)$  and  $\gamma(\alpha + \beta)$ . 5

যদি  $x^3 + 2x^2 - 5x - 6 = 0$  সমীকরণটির বীজ  $\alpha, \beta, \gamma$  হয় তবে যে সমীকরণের বীজ  $\alpha(\beta + \gamma)$ ,  $\beta(\gamma + \alpha)$  এবং  $\gamma(\alpha + \beta)$  নির্ণয় করো।

- (c) Show that  $\begin{vmatrix} -1 & \cos C & \cos B \\ \cos C & -1 & \cos A \\ \cos B & \cos A & -1 \end{vmatrix} = 0$  if  $A + B + C = \pi$ . 4

$A + B + C = \pi$  হলে দেখাও যে  $\begin{vmatrix} -1 & \cos C & \cos B \\ \cos C & -1 & \cos A \\ \cos B & \cos A & -1 \end{vmatrix} = 0$

3. (a) Prove that  $\sin\left(i \log \frac{a - ib}{a + ib}\right) = \frac{2ab}{a^2 + b^2}$  where  $a, b$  are real. 5

প্রমাণ করো যে  $\sin\left(i \log \frac{a - ib}{a + ib}\right) = \frac{2ab}{a^2 + b^2}$  যেখানে  $a, b$  বাস্তব সংখ্যা।

- (b) Find the angle by which the axes should be rotated so that the equation  $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$  becomes another equation in which the term  $xy$  is absent. Also find the transformed equation. 6

কত কোণে অক্ষদ্বয়কে আবর্তিত করলে  $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$  সমীকরণটি অন্য সমীকরণে পরিবর্তিত হবে যেখানে  $xy$  পদটি থাকবে না। পরিবর্তিত সমীকরণটি নির্ণয় করো।

- (c) Find the pole of the straight line  $2x - 5y - 4 = 0$  with respect to the parabola  $y^2 = 8x$ . 3

$y^2 = 8x$  অধিবৃত্তের সাপেক্ষে  $2x - 5y - 4 = 0$  সরলরেখাটির পোলের সমীকরণ নির্ণয় করো।

4. (a) Find the radius of curvature of  $x^3 + y^3 = 3axy$  at  $(\frac{3a}{2}, \frac{3a}{2})$ . 4

$(\frac{3a}{2}, \frac{3a}{2})$  বিন্দুতে  $x^3 + y^3 = 3axy$ -এর বক্রতা ব্যাসার্ধ নির্ণয় করো।

- (b) Find the pedal equation of  $r = 2a \cos \theta$  with respect to the origin. 5

মূল বিন্দুর সাপেক্ষে  $r = 2a \cos \theta$ -এর পেডাল সমীকরণ নির্ণয় করো।

- (c) Define continuity of a function  $f(x, y)$  at a point  $(a, b)$ . Show that 5

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 + y^3}{x - y} & , \text{ when } x \neq y \\ 0 & , \text{ when } x = y \end{cases}$$

is not continuous at  $(0, 0)$ .

$f(x, y)$  অপেক্ষকটির  $(a, b)$  বিন্দুতে সন্ততার সংজ্ঞা দাও।

$$\text{দেখাও যে, } f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 + y^3}{x - y} & , \text{ when } x \neq y \\ 0 & , \text{ when } x = y \end{cases}$$

$(0, 0)$  বিন্দুতে অসন্তত।

5. (a) If  $D, E, F$  be the mid points of the sides  $BC, CA$  and  $AB$  respectively of the triangle  $ABC$ , then show that  $\vec{AD} + \vec{BE} + \vec{CF} = \vec{0}$ . 5

$D, E, F$  যদি যথাক্রমে  $ABC$  ত্রিভুজের তিনটি বাহু  $BC, CA$  এবং  $AB$ -এর মধ্যবিন্দু হয়, তবে দেখাও যে  $\vec{AD} + \vec{BE} + \vec{CF} = \vec{0}$ ।

- (b) Find a unit vector in the plane of  $(\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k})$  and  $(\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k})$  which is perpendicular to  $(2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$ . 5

$(\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k})$  এবং  $(\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k})$  এর একই তলে অবস্থিত একটি একক ভেক্টর নির্ণয় করো যা  $(2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$  এর সাথে লম্ব।

- (c) Find the torque about the point  $B(3, -1, 3)$  of a force  $P(4, 2, 1)$  passing through the point  $A(5, 2, 4)$ . 4

$A(5, 2, 4)$  বিন্দুগামী একটি বল  $P(4, 2, 1)$  এর  $B(3, -1, 3)$  বিন্দুর সাপেক্ষে টর্ক নির্ণয় করো।

6. (a) Find the maximum and the minimum value of the function  $f(x) = 1 + 2 \sin x + 3 \cos^2 x$ ,  $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$ . 4

$f(x) = 1 + 2 \sin x + 3 \cos^2 x$ ,  $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$  অপেক্ষকটির চরম ও অবম মান নির্ণয় করো।

- (b) State and prove Cauchy's mean value theorem. 5

Cauchy -এর মধ্যমমান উপপাদ্যটি বিবৃত ও প্রমাণ করো।

(c) Evaluate:  $\int (\sin^{-1} x)^4 dx$ . 5

মান নির্ণয় করো:  $\int (\sin^{-1} x)^4 dx$  ।

7. (a) Solve:  $(x + y)^2 \frac{dy}{dx} = a^2$ . 5

সমাধান করো:  $(x + y)^2 \frac{dy}{dx} = a^2$  ।

(b) Solve:  $(x + 2y - 3) dx = (2x + y - 3) dy$ . 4

সমাধান করো:  $(x + 2y - 3) dx = (2x + y - 3) dy$  ।

(c) Obtain the general and singular solution of the equation  $y = px + \sqrt{16p^2 + 25}$ , 5

where  $p = \frac{dy}{dx}$ .

$y = px + \sqrt{16p^2 + 25}$  অন্তরকল সমীকরণটির সাধারণ ও বিশিষ্ট সমাধান নির্ণয় করো  $p = \frac{dy}{dx}$  ।

**N.B. :** Students have to complete submission of their Answer Scripts through E-mail / Whatsapp to their own respective colleges on the same day / date of examination within 1 hour after end of exam. University / College authorities will not be held responsible for wrong submission (at in proper address). Students are strongly advised not to submit multiple copies of the same answer script.

—x—